

NICOLAS BERGERON

L'ARITHMÉTIQUE DES FORMES

Eh non, constate-t-il en souriant, ses collègues n'ont pas vu l'allusion au romancier Georges Perec glissée dans le titre d'une de ses publications¹. « Finalement, je l'ai enlevée », s'amuse-t-il. Nicolas Bergeron, mathématicien de 31 ans, s'intéresse à la topologie algébrique, un domaine découvert lors de sa première année à l'École normale supérieure de Lyon. Mais de quoi s'agit-il ?

La topologie décrit les espaces, et les formes qu'ils prennent. Par exemple, pour les topologues, toute surface peut se ramener à une série de formes simples : une sphère et des bouées à un ou plusieurs trous. Ainsi, un cube ou un ballon de rugby peuvent être déformés en une sphère, et une tasse en une bouée. À l'inverse, on ne peut pas passer de la bouée à la sphère, sans la déchirer quelque part. La topologie algébrique essaie de caractériser les espaces par un certain nombre de quantités.

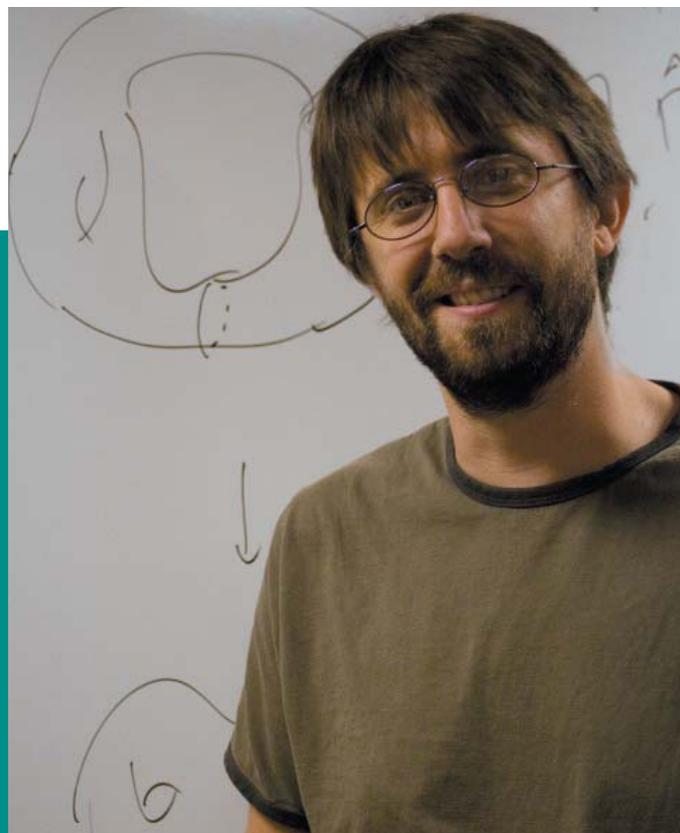
Pendant son DEA en 1997, Nicolas Bergeron étudie certains espaces, appelés espaces hyperboliques. Leur géométrie est particulière. Par exemple, la courbe des points situés à petite distance d'un autre point est un cercle dont le périmètre est strictement supérieur à 2π multiplié par cette distance. En outre, en un même point peuvent passer plusieurs parallèles à une autre droite.

Le problème auquel il s'intéresse pendant sa thèse, entre 1997 et 2000, est une conjecture, formulée par le grand mathématicien américain William Thurston en 1982. Elle postule que des espaces fermés qui, localement, sont semblables à des espaces hyperboliques, sont reliés à un autre espace fermé, appelé « revêtement », qui a une richesse topologique particulière.

La conjecture dit plus précisément qu'il doit exister une manière de découper ce revêtement – le long d'une hypersurface fermée sur elle-même – pour n'obtenir qu'un seul morceau. C'est le cas de la bouée, par exemple, si on en tranche le boudin, mais pas celui de la sphère, qui produit toujours deux morceaux. « Cette conjecture est triviale pour les surfaces usuelles. Mais dès qu'on passe aux dimensions supérieures, on ne sait pas la démontrer. »

SI LA PHYSIQUE FOURNIT BEAUCOUP D'ESPACES À ÉTUDIER AUX TOPOLOGUES, UNE AUTRE SOURCE FÉCONDE EST L'ARITHMÉTIQUE.

En 2001, Nicolas Bergeron est nommé chercheur CNRS à Orsay, dans l'équipe de topologie. Dès son arrivée, il discute beaucoup avec Laurent Clozel, de l'équipe voisine. « J'y ai beaucoup appris en arithmétique. » Car si la physique fournit beaucoup d'espaces à étudier



© CNRS Photothèque - Jean-François Dars.

MATHÉMATIQUES, PHYSIQUE, PLANÈTE ET UNIVERS (MPPU)
INSTITUT DE MATHÉMATIQUES DE JUSSIEU
CNRS / UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE PARIS 6 /
UNIVERSITÉ PARIS DIDEROT PARIS 7
PARIS
<http://www.institut.math.jussieu.fr/>
<http://www.institut.math.jussieu.fr/~bergeron>

aux topologues, comme par exemple ceux qui décrivent l'Univers, une autre source féconde est l'arithmétique. Aujourd'hui, il travaille sur les formes de ces espaces « qui choquent souvent l'intuition », sur leurs propriétés, mais aussi sur l'éclairage qu'ils peuvent apporter en retour sur des problèmes arithmétiques.

En 2006, il devient professeur à l'université Paris 6. Récemment, ses travaux l'ont conduit à s'intéresser au programme de Langlands, un vaste domaine des mathématiques très actif. « C'est une sorte de cathédrale intellectuelle, très imposante, qui attire les meilleurs mathématiciens. Alors que je n'aurais peut-être pas osé l'aborder de front au début de ma carrière, je suis content d'y entrer comme cela, par une petite porte dérobée. »

¹ « Tentative d'épuisement de la cohomologie d'une variété de Shimura par restriction à ses sous-variétés », en référence à *Tentative d'épuisement d'un lieu parisien*, de Perec.